

Ejercicio 13.13 Sea $f(x) = \frac{x^2+x-6}{x-2}$, $\forall x \neq 2$. ¿Se puede definir $f(2)$ de manera que f sea continua?

Ejercicio 13.14 Sea $f(x) = x + 1$ si $x \leq 1$ y $f(x) = 3 - a^2x^2$ si $x > 1$. ¿Qué valores de a hacen que f sea continua?

Ejercicio 13.18 Demuestre que el polinomio $x^4 + 2x^3 - 1$ tiene al menos dos raíces reales.

Ejercicio 14.5 Demuestre que la ecuación $3x^4 + 4x^3 + c = 0$ puede tener, como máximo, una raíz menor o igual que -1 , cualquiera que sea el valor de c .

Ejercicio 14.28 Sean $a > b > 0$. Demuestre que la función $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x, y) = (ax^2 + by^2)e^{-(x^2+y^2)}$ tiene extremos absolutos y calcúlelos.

Ejercicio 15.5 Para cada una de las funciones f siguientes, diga cuál es la función $F(x) = \int_a^x f(t) dt$ que le corresponde. Dibuje esquemáticamente las gráficas de f y de F en cada caso:

a) $f(x) = c$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

b) $f(x) = \begin{cases} c, & \text{si } x \neq b; \\ c + 1, & \text{si } x = b. \end{cases}$

c) $f(x) = \begin{cases} c, & \text{si } x < b; \\ c + 1, & \text{si } x \geq b. \end{cases}$

d) $f(x) = \begin{cases} c, & \text{si } x \leq b; \\ -c - 1, & \text{si } x > b. \end{cases}$

e) $f(x) = |x|$, $\forall x \in \mathbb{R}$; $a = 0$.

f) $f(x) = \lfloor x \rfloor$, $\forall x \in \mathbb{R}$; $a = 0$.

Ejercicio 15.6 Calcule

$$\int_{-3}^3 |x^4 + x^3 - 4x^2 - 4x| dx.$$

Ejercicio 15.7 Escriba con precisión el enunciado de las propiedades de las integrales impropias que se deducen de las propiedades de las integrales propias descritas en el apartado 15.2.1.5 del texto base del curso, y explique su porqué.

Ejercicio 15.8 Razone si es cierto o no que la integral siguiente converge:

$$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2(1+e^x)}.$$

Ejercicio 15.9 Calcule

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x}}.$$